CHƯƠNG VIII :NHIỄU XẠ CỦA SÓNG ÁNH SÁNG

1.NHIỄU XẠ CỦA MỘT SÓNG PHẲNG QUA CÁC KHE HẸP :

1.1 NHIỄU XẠ CỦA CHÙM TIA LASER QUA MỘT KHE HẸP :

a/Thí nghiệm:

-Chiếu một chùm tia laser được xem như một sóng phẳng, đơn sắc tới đập vào màn chắn có một khe độ rộng a biến đổi được.

-Trên màn ảnh đặt cách khe một khoảng d ,ban đầu ta quan sát được vết sáng laser gần như là một điểm ,thu hẹp dần khe a,ta lại thấy chùm sáng laser trải rộng ra trên màn và độ rọi cũng không đều như trước:hai bên vết sáng trung tâm có các vết sáng thứ cấp nhỏ hơn.

b/Kết luận :

Định luật truyền thẳng của ánh sáng không còn được nghiệm đúng

=>Hiện tượng nhiễu xạ .

Ta có công thức tính độ rộng của vết sáng trung tâm là:

$$\boxed{l \approx \frac{2.\pi.d}{\lambda}}$$

Độ bán rộng góc của vết sáng trung tâm là :

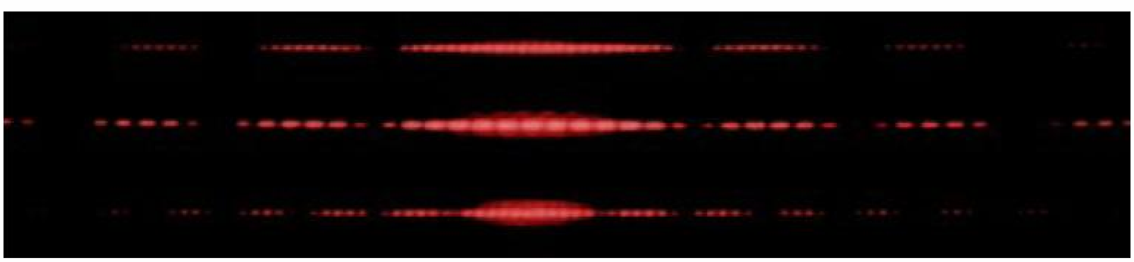
$$\boxed{\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{a}}$$

Trong gần đúng quang hình học vẫn còn sử dụng được nếu như a rất lớn so với λ

1.2 NHIỄU XẠ VÀ CƠ HỌC LƯỢNG TỬ :

Nguyên lí bất định HEISENBERG :không thể đo được đồng thời vị trí và động lượng của một hạt với một độ chính xác tuyệt đối .

$$\boxed{\Delta p_x.\Delta x \approx h}$$

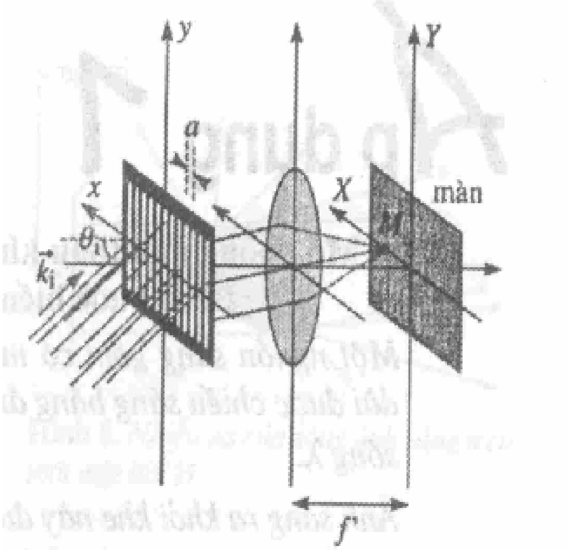


1.3 NHIỄU XẠ TAI VÔ CỰC CỦA MỘT SÓNG PHẲNG QUA MỘT CÁCH TỬ KHE :

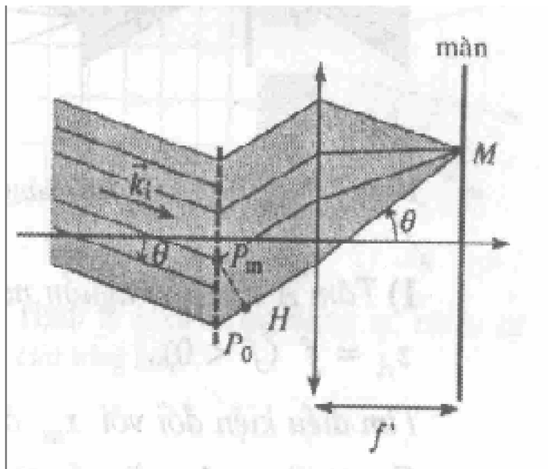
a/Thí nghiệm :

-Lập sơ đồ thí nghiệm gồm một cách tử N khe cách đều nhau một khỏang a. Cáchtử được chiếu sáng bằng một sóng phẳng đơn sắc bước sóng λ và vector sóng tới $\vec{k_i}$ đập vuông góc với các khe.

-Ta quan sát sóng nhiễu xạ của cách tử ở vô cực hay tương đương là trên một màn đặt ở tiêu diện ảnh của một thấu kính.



Hình 4. *Nhiễu xạ ở vô cực qua cách tử khe.*



Hình 5. *Xác định pha của N sóng nhiễu xạ.*

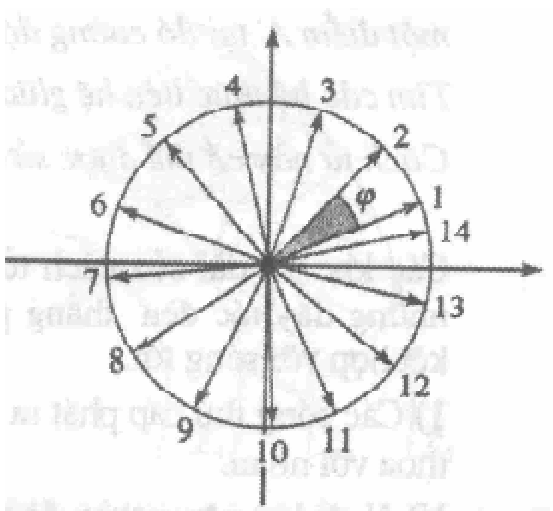
<u>b/Mô hình hóa cách tử nhiễu xạ:</u>

-Các khe làm nhiễu xạ sóng tới,dựa vào độ lệch pha và tính tóan về hiệu quang lộ ta dễ dàng chứng minh được

$$\boxed{\sin\theta_p = \sin\theta_i + p.\frac{\lambda}{a}}$$

p:bậc nhiễu xạ

θ_i :góc giữa pháp tuyến của mặt cách tử với $\vec{k_i}$



Hình 6 .Khi N rất lớn,tổng các $e^{iN\varphi}$ tiến tới 0,trừ các giá trị φ xấp xỉ $2p\pi$ (p nguyên) c/Kết luận :

-Như vậy mô hình sử dụng là đủ giải thích sự nhiễu xạ của sóng phẳng qua cách tử khe.

-Các phương nhiễu xạ của ánh sáng phụ thuộc vào bước sóng λ .Ánh sáng đa sắc có bao nhiêu thành phần đơn sắc thì có bấy nhiêu hệ vết sáng.

=>Cách tử dùng để phân tích các thành phần đơn sắc của một ánh sáng đa sắc .

2.NGUYÊN LÍ HUYGENS – FRESNEL

2.1.BÀI TOÁN NHIỄU XẠ TỔNG QUÁT:

-Sóng ló hay sóng nhiễu xạ phụ thuộc vào dạng và các tính chất quang học của vật nhiễu xạ.

-Vì vậy việc khảo sát bài tóan nhiễu xạ là rất phức tạp trong thực tế,tuy nhiên ta có thể áp dụng cách giải gần đúng trong các trường hợp thường gặp.

2.2.CÁC SÓNG THỨ CẤP:

-Sóng phát ra qua mặt sóng $\sum$ được xem như kết quả chồng chất của các sóng thứ cấp (hoặc sóng con) phát ra từ các điểm trên $\sum$.

2.3 ĐỘ TRONG SUỐT CỦA MỘT LỖ NHIỄU XẠ :

-Một miền trong suốt được tạo ra trên một màn phẳng ,không trong suốt được gọi là lỗ nhiễu xạ.

-Nếu P là một điểm trên mặt $\sum$ của lỗ nhiễu xạ thì độ trong suốt phức(hay hàm truyền qua) $\underline{t}(P)$ được định nghĩa bởi công thức :

$$\boxed{\underline{s}^*(P,t) = \underline{t}(P)\underline{s}_i(P,t)}$$

$\underline{s}_i(P,t)$ là biên độ mà sóng tới sẽ có được tại P khi không có lỗ nhiễu xạ.

$\underline{s}^*(P,t)$ là biên độ mà ta sẽ quan sát được tại Pkhi không có nhiễu xạ,nghĩa là theo các định luật của quang hình học.

$\underline{t}(P)$ =0 nếu vật nhiễu xạ là không trong suốt tại P;

$\underline{t}(P)$ =1 nếu tại một lỗ thủng.

$\underline{t}(P)$ =-1 đối với một gương kim loại lí tưởng.

$\underline{t}(P)$ $= t_0.\exp(-i\dfrac{2\pi}{\lambda}(n-1)e)$ với t_0<1 đối với bản thủy tinh có độ dày e

2.3 PHÁT BIỂU NGUYÊN LÍ :

-Sóng nhiễu xạ qua một lỗ $\sum$ đặc trưng bởi một hàm truyền qua $\underline{t}(P)$ là kết quả chồng chất của các sóng nhỏ thứ cấp phát ra từ tất cả các điểm trên mặt $\sum$.

-Nếu độ dài đặc trưng của $\underline{t}(P)$ rất lớn so với bước sóng λ thì một yếu tố diện tích dS tại lân cận của điểm P trên mặt $\sum$ sẽ phát ra một sóng có biên độ tại điểm M nằm ở xa và theo một phương gần với pháp tuyến của mặt $\sum$ là :

$$\boxed{d\underline{s}_p(M,t) = K\underline{t}(P)\underline{s}_i(P)e^{i\varphi_{P\to M}}}$$

với K là một hằng số phức riêng cho từng dụng cụ .

$\underline{t}(P)$ là hàm truyền qua của $\sum$.

$\underline{s}_i(P)$ là biên độ phức tại P của sóng tới khi không có vật nhiễu xạ

$\varphi_{P\to M}$ là độ lệch pha tương ứng với sự truyền sóng từ P đến M.

3.NHIỄU XẠ FRAUNHOFER CỦA MỘT SÓNG PHẲNG

3.1BỐ TRÍ THÍ NGHIỆM

Một sóng phẳng có véctơ sóng $\vec{k}_i$ chiếu tới một lỗ nhiễu xạ phẳng, có độ trong suốt $\underline{t}(P) = \underline{t}(x, y)$, nằm vuông góc với trục (Oz) và chứa điểm O. Chúng ta tìm cách xác định sóng nhiễu xạ tai vô cực. Điều đó quy về việc xác định $\underline{s}(M, t)$ tại mội điểm M trên tiêu diện ảnh của thấu kính L có tiêu cực ảnh f', được giả sử là hoàn toàn tương điểm và tương phẳng.

Như vậy P(x,y) và M(X,Y)..

Giả sử rằng hệ hoàn toàn được đặt trong một môi trường đồng chất có chiết suất bằnG 1.

Chú ý:Khi mặt phẳng quan sát ở vô cực hay tại tiêu diện ảnh của một thấu kính, người ta nó vè nhiễu xạ FRAUNHOFER, đối lập với trường hợp quan sát ở một khoảng cách ngắn, phải nghiên cứu tinh tế hơn được gọi là nhiễu xạ FRESNEL.

3.2 BIÊN ĐỘ CỦA SÓNG NHIỄU XẠ

3.2.1Tính toán pha $\varphi_P(M)$

Giả sử $\varphi_P(M)$, là pha tại M của sóng thứ cấp phát ra từ điểm P trên mặt Σ.

Cách tính toán $\varphi_P(M)$ tương tự như đã làm với cách tử ở i1:

$\varphi_P(M) = \varphi_i(P) + \varphi_{P\to M}$.

Nhưng $\varphi_i(P)$ là pha của sóng tới tại P:

$\varphi_i(M) - \varphi_i(O) = -\vec{k}_i.\vec{OP}$.

Theo định lí Malus, các quang lộ (PM) và (HM) là như nhau. Do đó:

$(PM) - (OM) = (OH) = \vec{u}.\vec{OP}$ và $\varphi_{P\to M} = \varphi_{O\to M} + \vec{k}(M).\vec{OP}$

Cuối cùng, vì $\varphi_O(M) = \varphi_i(O) + \varphi_{O\to M}$ nên:

Tai một điểm M ở vô cực (hay trên tiêu diên ảnh của một thấu kính pha của sóng thứ cấp ra từ một điểm P của lỗ nhiễu xạ là môt hàm số của vị trí điêm P và các véctơ sóng $\vec{k}_i$ của sóng tới và $\vec{k}(M)$ của sóng ló:

$\varphi_P(M) = \varphi_O(M) + (\vec{k}(M) - \vec{k}_i).\vec{OP}$.

$\varphi_0(M)$ không phụ thuộc cào điểm P biểu diên pha tại M cua sóng thứ cấp phát ra từ điểm O của lỗ.

3.2.2Tính toán biên độ

Ta cần phải lấy tổng biê đọ của các sóng thứ cấp (kết hợp) phát ra từ tất cả các yếu tố của mặt Σ. Nêu s_0 là biên đột thực của sóng tới thì :

$\underline{s}(M, t) = \iint_\Sigma d\underline{s}_P(M, t)$

$$= Ks_0 \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))]\iint_{\Sigma} \underline{t}(x,y)\exp\left[i\left(\vec{k}(M) - \vec{k}_i\right)\overrightarrow{OP}\right]$$

Các thành phần của véctơ $\vec{k}_i$ và $\vec{k}(M)$ là:

$$\begin{cases} K_{ix} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\alpha_i \ ; \quad K_{iy} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\beta_i \ ; \quad K_{iz} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\gamma_i \\ K_x = \dfrac{2\pi}{\lambda}\alpha \ ; \quad K_y = \dfrac{2\pi}{\lambda}\beta \ ; \quad K_z = \dfrac{2\pi}{\lambda}\gamma \end{cases} ;$$

Ta được biểu thúc biên độ của sóng nhiễu xạ tại vô cực:

$$\underline{s}(M,t) = Ks_0 \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))]\iint_{\Sigma} \underline{t}(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y\right)\right]dxdy$$

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER là hình mà ngưởi ta quan sát được tại vô cực hộăc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính.
Sóng có được do nhiễu xạ của một sóng phẳng, đơn sắc qua một lỗ phẳng Σ nằm trong mặt phẳng (xOy) tịa một điểm M ở vô cực có biểu thức như sau:

$$\mathbf{\underline{s}(M,t) = Ks_0 \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))]\iint_{\Sigma} \underline{t}(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y\right)\right]dxdy} \ .$$

α_I và β_I là các thành phần song song với (Ox) và (Oy) của véctơ đơn vị chỉ phương sóng tới.
α và β là các thành phần song song với (Ox) và (Oy) của véctơ đơn vị chỉ phương sóng ló ra từ Σ hướng tới M.

chúng ta nhận thấy rằng nếu giới hạn ở những phương gần trục thì:

$$\gamma = \gamma_i \approx 1 \ ; \quad \alpha \approx \frac{X}{f'} \ ; \quad \beta = \frac{Y}{f'}$$

3.3 CƯỜNG ĐỘ

3.3.1Cường độ tại một điểm

Ta đặt $I_0 = K^2 s_0^2$. Cường độ $I = \underline{s}\underline{s}^*$ tại một điểm được tính theo công thức:

$$I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y\right)\right]dxdy \right|^2 ,$$

hay $I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\frac{X}{f'} - \alpha_i)x + (\frac{Y}{f'} - \beta_i)y\right)\right]dxdy \right|^2$.

3.3.2Quang thông và góc đặc:

Mỗi yếu tố diện tích dS của màn đặt ở khoảng cách D tương ứng với một góc đặc dΩ.Trong phép giới hạn ở những phương gần với pháp tuyến của lỗ,màn quan sát đặt song song với mặt lỗ,trong gần đúng bậc 2 theo α và β ta có

$$dS = D^2 d\Omega = D^2 d\alpha d\beta$$

Cường độ sáng

$$I(M)=\frac{Cs_0}{D^2}\left|\iint_{\Sigma} t(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha-\alpha_i)x+(\beta-\beta_i)y\right)\right]dxdy\right|^2$$

với C là một hằng số
Quang thông :hay công suất bức xạ trung bình)nhận được bởi một yếu tố diện tích dS nằm ở quanh M là:

$$d\Phi = K_0 I(M) D^2 d\Omega$$

K_0 là hằng số tỉ lệ và công suất bức xạ trung bình từ một đơn vị diện tích bề mặt.

$$\frac{d\Phi}{d\Omega}=K^{'}\frac{\Phi_i}{S}\left|\iint_{\Sigma} t(x,y)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha-\alpha_i)x+(\beta-\beta_i)y\right)\right]dxdy\right|^2$$

S diện tích của lỗ nhiễu xạ
$\frac{\Phi_i}{S}$ tỉ lệ với s_0^2 là quang thông bề mặtcủa sóng tới trên bề mặt lỗ nhiễu xạ

3.4 MỐI LIÊN HỆ GIỮA HÀM TRONG SUỐT VÀ HÌNH NHIỄU XẠ

3.4.1 Sự dãn của lỗ nhiễu xạ

Sự kéo dãn của lỗ nhiễu xạ theo một phương cho trước làm cho hình nhiễu xạ FRAUHOFER bị co hẹp lại với cùng một tỉ lệ và cũng theo phương đó của hình nhiễu xạ FRAUHOFER

3.4.2 Độ rộng của hình nhiễu xạ

Độ rộng Δx của lỗ nhiễu xạ và độ rộng góc $\Delta\alpha$ của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER dọc theo cng2 một phương sẽ thoả mãn hệ thức :

$$\Delta x \Delta\alpha \approx \lambda$$

3.4.3 Sự tịnh tiến lỗ nhiễu xạ

Khi tịnh tiến lỗ nhiễu xạ ,biên độ sóng nhiễu xạ tại một điểm ttrên tiêu diện ảnh của một thấu kính chỉ bị dịch pha đều .Cường độ của hình nhiễu xạ không bị biến đổi do lỗ tịnh tiến

3.4.4 Định lí Babinet:

Các hình nhiễu xạ qua một lỗ thủng trên màn không trong suốt và qua một tấm chắn không trong suốt đồng dạng với lỗ là như nhau.

3.5 NHIỄU XẠ TRONG MẶT PHẲNG CỦA ẢNH HÌNH HỌC CỦA NGUỒN ĐIỂM

3.5.1Sơ đồ hai thấu kính

Một sóng phẳng có thể tạo ra bằng cách đặt một lỗ nhỏ gần như một điểm được chiếu sáng đơn sắc tại tiêu điểm vật S của một thấu kính .
Tiêu điểm ảnh S' của thấu kính chiếu hình nhiễu xạ là ảnh hình học của S.

3.5.2 Sơ đồ một thấu kính

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của một lỗ được chiếu sáng bằng nguồn điểm có thể được quan sát trên mặt phẳng của ảnh hình học của nguồn.

4.NHIỄU XẠ FRAUNHOPER CỦA SÓNG PHẲNG QUA MỘT LỖ HÌNH CHỮ NHẬT:

4.1 BIÊN ĐỘ

4.1.1Tính toán biên độ

Hàm truyền qua một lỗ thủng hình chữ nhật có kích thước (a,b) định tâm tại O là:

$\underline{t}(x,y)=1$ nếu $-\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2}$ và $-\frac{b}{2}<y<\frac{b}{2}$

và $\underline{t}(x,y)=0$ ở bên ngoài miền trên.

Khi đó biểu thức của biên độ trở thành:

$$\underline{S}(M,t)=Ks_0\exp[i(\varpi t+\varphi_0(M))]\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left((\alpha-\alpha_i)x+(\beta-\beta_i)y\right)\right]dxdy$$

Tích phân kép ở đây bằng hai tích phân đơn:

$$\underline{S}(M,t)=Ks_0\exp[i(\varpi t+\varphi_0(M))]\left[\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)x\right]dx\right]\left[\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\beta-\beta_i)y\right]dy\right]$$

Chúng ta tính tích phân thứ nhất:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)x\right]dx=\frac{\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)\frac{a}{2}\right]-\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)\frac{a}{2}\right]}{i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)}$$

Chúng ta nhận thấy hàm sin trong vế phải:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)x\right]dx=a\frac{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a\right]}{\frac{\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a}=a\sin c(u)$$

nếu đặt u= $u=\frac{\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a$ và $\sin c(u)=\frac{\sin u}{u}$. hàm “sin cardinal”.

Biên độ của một điểm M ở vô cực hay trên tiêu diện ảh của một thấu kính của sóng nhiễu xạ qua một lỗ thủng hình chữ nhật kích thước a (theo Ox) và b (theo Oy) là:

$$\underline{S}(M,t)=Ks_0ab\exp[i(\varpi t+\varphi_0(M))]\sin c(u)\sin c(v)$$

với $u=\frac{\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a$ và $v=\frac{\pi}{\lambda}(\beta-\beta_i)b$.

α_i và β_i là các thành phần dọc theo trục (Ox) và (Oy) của véctơ đơn vị chỉ phương sóng tới.

α và β là các thành phần dọc theo trục (Ox) và (Oy) của véctơ đơn vị chỉ phương của các tia ló hướng tới M.

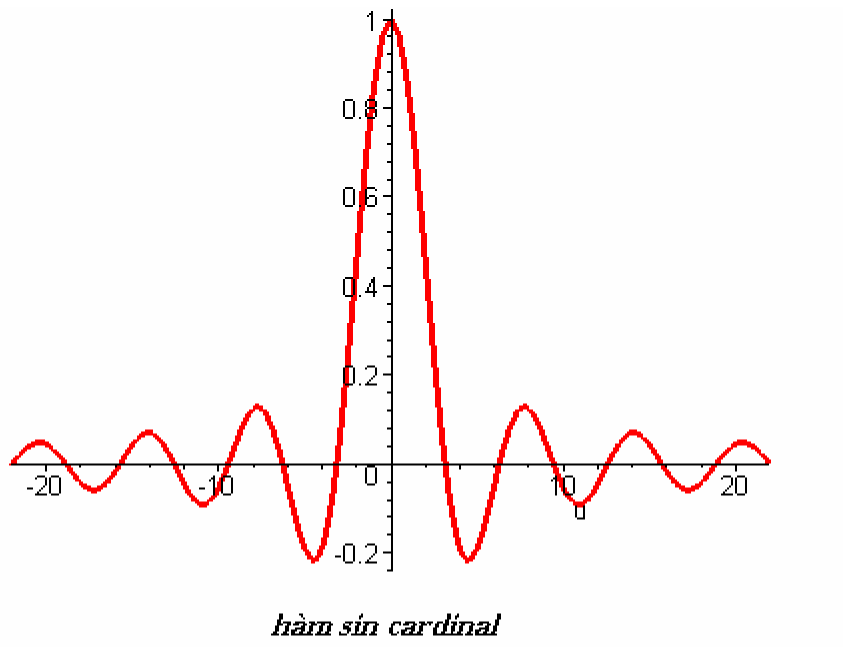
sinc là hàm sin cardinal được định nghĩa bởi công thức:

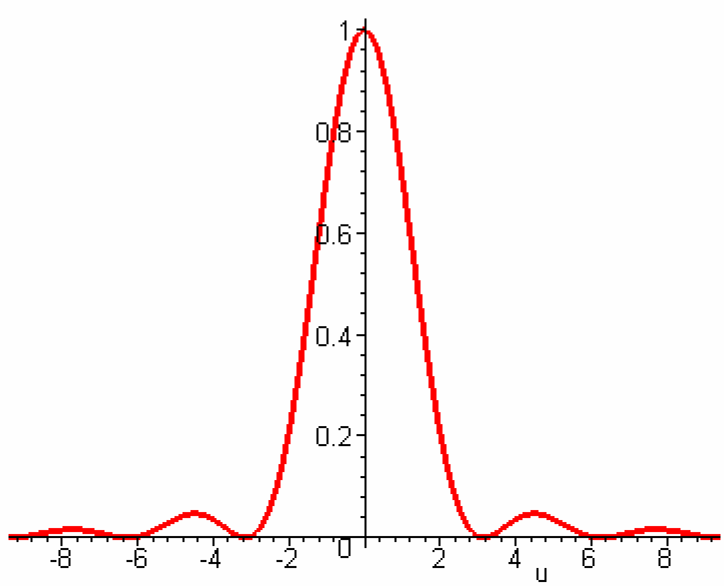
$$\sin c(u) = \frac{\sin u}{u}.$$

4.1.2Các tính chất của hàm sin cardinal :

Đồ thị củam hàm sinc(u) được biểu diễn trên hình:

Hàm sin cardinal là một hàm chẵn.
Hàm có cực đại bằng 1 khi u = 0.
Hàm bị triệt tiêu khi u = pπ với p nguyên và khác 0.
Giữa hai lần triệt tiêu, ta quan sát thấy những cực đại càng ngày càng yếu.
Đồ thị của hàm sinc^2(u) được biểu diễn ở hình bên. Diện tích của đỉnh trung tâm bằng 92% diện tích toàn phầngiữa trục u và đường cong.





hàm $sinc^2u$

4.2 CƯỜNG ĐỘ

Cường độ $I(M)=\underline{s}(M,t)\underline{s}^*(M,t)$ có biểu thức là:

$$I(M)=\sin c^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\beta-\beta_i)b\right)\sin c^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\alpha-\alpha_i)a\right).$$

Hình nhiễu xạ định tâm trên phương của chùm tia tới;

Cường độ bị triệt tiêu nếu:

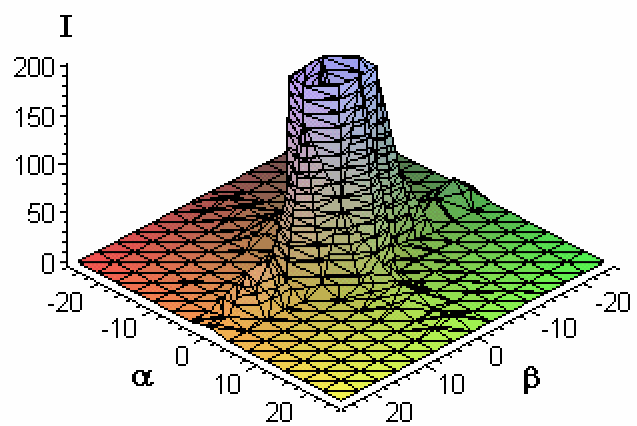
$\alpha=\alpha_i+p\dfrac{\lambda}{a}$ hay $\beta=\beta_i+q\dfrac{\lambda}{b}$ với p và q là các số nguyên nào đó khác 0.

Trên hình nhiễu xạ thành những vạch đen các phương này được biểu hiện.

Vết nhiễu xạ trung tâm có độ rộng là $2\dfrac{\lambda}{a}$ theo (Ox) hay $2\dfrac{\lambda}{b}$ theo (Oy).

Các vết thứ cấp có độ rộng nhỏ hơn hai lần theo hai phương trên.

Vết trung tâm sáng nhất. Nó nhận gần 84% quang thông toàn phần.



Biểu diễn I(α,β) trong không gian 3 chiều

4.3 TRƯỜNG HỢP MỘT KHE HẸP

4.3.1 Khai thác các kết quả trước đây

Trường hợp một khe rất dài (so với λ) và hẹp, được quy về trường hợp ở phần trên.

Nếu $\frac{\lambda}{b}$ tiến tới 0 thì độ rộng của hình nhiễ xạ theo phương Oy cũng tiến tới 0 và ta sẽ không quan sát được nhiễu xạ theo phương này nữa: ánh sáng tập trung ở trên đường $\beta = 0$.

Nếu $\beta \approx 0$, tham số α biểu thị hình sin của góc θ (hình bên) sẽ bằng θ đối với những phương gần với phương pháp tuyến của mặt lỗ nhiễu xạ và:

$$I = I_0 \sin c^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\theta - \theta_i)a\right)$$

4.3.2 Tính toán đơn giản trực tiếp

Người ta cũng có thể tính toán một các đơn giản trong trường hợp $\vec{k}_i$ vuông gó với khe.Các phương được xác định bằng góc θ và θ_i.

Các điểm H_1 và O nằm trên cùng một mặt phẳng sóng tới, do đó:

$$\varphi_i(P) = \varphi_i(O) - \frac{2\pi}{\lambda} H_i P = \varphi_i(O) - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta_i$$

Các quang lộ (PM) và (H_2M) đều nằng nhau, do đó:

$$\varphi_{P\to M} = \varphi_{O\to M} + \frac{2\pi}{\lambda} OH_2 = \varphi_{O\to M} + \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta_i .$$

Với L là độ dài của khe, mỗi yếu tố diện tích Ldx phát ra một sóng thứ cấp có biên độ tại M đói với các giá trị nhỏ của α và α_I là:

$$d\underline{s}_p(M,t) = Ks_0 \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))] \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\theta - \theta_i)x \right] dx$$

bằng cách lấy tích phân trên toàn độ rộng của khe ta được:

$$d\underline{s}_p(M,t) = Ks_0 L \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))] \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\theta - \theta_i)x \right] dx$$

Chúng ta tìm lại được biểu thức của biên độ và của cường độ sáng.

Khi một sóng phẳng bị nhiễu xạ qua một khe hẹp có độ dài L rất lớn so với bước sóng, sự nhiễu xạ chỉ xảy ra theo các phương vuông góc với khe. Biên độ tại một điểm ở vô cữcác định bởi góc θ của sóng gây ra do nhiễu xạ của một sóng phẳng tới(có véctơ sóng vuông góc với khe và có phương ác định bởi $\theta_{i)}$ là:

$$\underline{s}_p(M,t) = KLas_0 \exp[i(\varpi t + \varphi_0(M))] \sin\left(\frac{\pi}{2}(\theta - \theta_i)a \right)$$

và cường độ của nó là :

$$I(M) = I_0 \sin c^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\theta - \theta_i)a \right)$$

Vết trung tâm rộng gấp đôi các vết thứ cấp và sáng hơn rất nhiều, có độ rộng góc bằng:

$$\Delta\theta = 2\frac{\lambda}{a}$$

5.NHIỄU XẠ Ở VÔ CỰC CỦA MỘT LỖ TRÒN

5.1 BIỂU THỨC CỦA BIÊN ĐỘ VÀ CỦA CƯỜNG ĐỘ:

Sự tính toán nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng qua một lỗ nhiễu xạ hình tròn đường kính D (hình) làm xuất hiện một tích phân có giá trị được gọi là hàm Bessel

Do tính đối xứng của lỗ nhiễu xạ, cường độ csáng chỉ hụ thuộc vào góc θ.

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng qua một lỗ tròn có bán kính R (đường kính D =2R) gồm một vết tròn trung tâm, định tâm trên ảnh hình học của nguồn và được bao quanh bởi các vân tròn đồng tâm.

Các vân càng ngày càng kém sáng khi ra xa tâm;

Bán kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm(được xác định bởi vân tối đầ tiên) vào cỡ

$$\frac{\lambda}{D} : 1.22\frac{\lambda}{D}$$.

Đường kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm là $\Delta\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{\mathrm{R}}$.

5.2 ỨNG DỤNG: GIỚI HẠN PHÂN LI CỦA MỘT DỤNG CỤ QUANG HỌ C.

5.2.1 Đại cương :

Một dụng cụ quang học hoàn toàn tương điểm theo quan điểm hình học. Nếu không có nhiễu xạt hì sự phân giả sẽ là vô cùng.

Trên thực tế khả năng phân giải của một dụng cụ bi giới hạn:

Vì những lí do kĩ thuật gây ra do đặc tính không hoàn toàn tương điểm của các linh kiên quang học;

Và đồng thời vì những lí do lí huyết và không tránh khỏi: dụng cụ không phải là rộng một cách vô hạn sẽ gây nên nhiễu xạ ánh sáng tới từ vật. Mỗi vật điểm tương ứng với một vết ảnh định tẩmtên ảnh hình học của nó (hình).

Khi biết cỡ độ lớn của đườnh kính vết ảnh của một vật điểm, ta có thể tiên đoán rằng:

nếu khoảng cách giữa hai điểm hình học A’ và B’ của hai vật A và B là đủ lớnthì các vết ảnh tách biệt. Người ta nói rằng hai vật này được phân li bởi quang hệ;

Nếu các vết ảnh trùng lên nhau và quang hệ không cho phép một cách phân biệt A và B; hai vật này không phân li được.(hình).

Tiêu chuẩn RAYLEIGH: giới hạn phân li được địnhngiã là khoảng cách giữa A và B, đối với nó vết ảnh của A nằm trên vân tối thứ nhất của vết ảnh của B.

5.2.2 Trường hợp một thấu kính mỏng

- Tính bán kính của vết ảnh

Để sử dụng một cách đơn các kết quả nhiễu xạ tại vô cực của một sóng phẳng, chúng ta thay thế một thấu kính bi giới hạn bởi vành đỡ của nó có đường kính D bằn một hệ tựpưng đương haii thấu kính có đường kính rất lớn, xen giĩưa là một chắn sáng có lỗ tròn, đường kính D.

Khảo sát một vật A nằm ở tiêu điểm của L_1. Khi không có nhiễu xạ qua chắn sáng lỗ tròn, ảnh của nó sẽ trùng với tiêu điểm của L_2 . Nhưng chắn sáng lỗ tròn được chiếu sáng bởi một sóng phẳng sẽ nhiễu xạ sóng này với một bán kính góc $\Delta\alpha = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$. Chùm tia ra khỏi chắn sáng lỗ tròn sẽ hơi bị phân kì: các phương ngoài cùn sẽ đánh dấu mép của vết ảnh có bán kính bằng:

$$r' = 1.22\frac{\lambda}{D}l'.$$

- Tính giới hạn phân li

Khoảng cách giữa các ảnh A’ và B’ của hai vật A và B, nằm trong cùng một mặt phẳng quan sát vuông góc với quang trục là $A'B' = AB\dfrac{l'}{l}$.

Nếu ta sử dụng tiêu chuẩn RAYLEIGH thì A và B sẽ được phân li (nghĩa là được tách rời nhau bởi quang hệ) nếu *A’B’ > r’* hay $AB > 1.22\dfrac{\lambda}{D}l$.

$\frac{l}{D}$ biểu thị số khẩu độ của thấu kính, trong điều kiện Gauss, số này thường lớn hơn 1.

Do có nhiễu xạ, ảnh của một vật điểm không hoàn toàn là một điểm và điều đó giới hạn khả năng phân giải của các quang cụ. Nói riêng, kích thước của các chi tiết nhỏ nhất còn có thể phân biệt được bằng các phương tiện quang học là vào cỡ bước sóng của ánh sáng sử dụng.

6.NHIỄU XẠ QUA MỘT TẬP HỢP CÁC LỖ GIỐNG HỆT NHAU

6.1 BIỂU THỨC CỦA BIÊN ĐỘ

Biên độ tại một điểm M ở vô cực gây ra do nhiễu xạ của một sóng phẳng , đơn sắc qua một tập hợp N lỗ giống hệt nhau định tâm tại các điểm $O_m(x_m,y_m)$ sẽ bằng tích số :

- của hàm nhiễu xạ của một lỗ định tâm tại O:

$$\underline{s}^*(M,t) = Ks_0[i(\omega t + \varphi_0(M))]F_D(M)$$

với $F_D(M) = \iint_{lo} \underline{t_0}(\xi,\eta)\exp[i\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha-\alpha_i)\xi + (\beta-\beta_i)\eta)]d\xi d\eta$

- với một số hạng giao thoa :

$$F_1(M) = \sum_{m=1}^{N}\exp[i\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha-\alpha_i)x_m + (\beta-\beta_i)y_m)]$$

6.2 TRƯỜNG HỢP CÁC LỖ PHÂN BỐ TÙY Ý

Xét trường hợp N rất lớn và N lỗ được phân bố một cách tùy ý

Cường độ sáng có dạng :

$$I = I_0\left|F_D(M)\right|^2\left|F_1(M)\right|^2$$

số hạng nhiễu xạ phụ thuộc vào dạng của lỗ. Ta nghiên cứu ảnh hưởng của số hạng giao thoa :

$$\left|F_I(M)\right|^2 = (\sum_{m=1}^{N} e^{i\varphi_m})(\sum_{m=1}^{N} e^{-i\varphi_m})$$

với $\varphi_m = \frac{2\pi}{\lambda}[(\alpha-\alpha_i)x_m + (\beta-\beta_i)y_m]$

$$\left|F_I(M)\right|^2 = N + \sum_{m}\sum_{n\neq m} e^{i(\varphi_n-\varphi_m)}$$

Nếu khảo sát từng cặp lỗ thì ta được:

$$\sum_{m}\sum_{n\neq m} e^{i(\varphi_n-\varphi_m)} = \sum_{n>m}(e^{i(\varphi_n-\varphi_m)} - e^{-i(\varphi_n-\varphi_m)})$$

giả sử $\left|F_I(M)\right|^2 = N + 2\sum_{n>m}\cos[\varphi_n(M) - \varphi_m(M)]$

Nếu các lỗ nhiễu xạ được phân bố một cách tùy ý thì các góc $\varphi_{nm}(M) = \varphi_n(M) - \varphi_m(M)$

cũng phân bố một cách tùy ý và tổng quát

$$\sum_{n>m}\cos[\varphi_n(M) - \varphi_m(M)]$$

chỉ khác 0 đối bới α và β rất gần với α_i và β_i

Tổng này chứa $\frac{N(N-1)}{2}$ số hạng và từ đó có thể kết luận rằng:

- $\left|F_I(M)\right|^2 = N^2$ theo phương của sóng tới
- $\left|F_I(M)\right|^2 = N$ trong tất cả các phương khác

6.3 ÁP DỤNG CHO CÁC KHE YOUNG :

- Hiện tượng nhiễu xạ chỉ xảy ra doc theo phương (Ox).do đó ,trong mặt phẳng quan sát ,hình nhiễu xạ sẽ định xứ trên đường thẳng :

$$y = \beta_i f^{'}$$

- Số hạng giao thoa là số hạng giao thoa của hai nguồn điểm đặt cách nhau một khỏang a:

$$\left|F_1(M)\right|^2 = 1 + \cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f^{'}} - \alpha_i\right)\right]$$

- Số hạng nhiễu xạ là số hạng nhiễu xạ xcủa một khe có độ rộng e:

$$\left|F_D(M)\right|^2 = \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi e}{\lambda}\left(\frac{x}{f^{'}} - \alpha_i\right)\right)}{\frac{\pi e}{\lambda}\left(\frac{x}{f^{'}} - \alpha_i\right)}\right)^2$$

- Vì vậy

$$I(M) = I_0 \sin c^2\left[\frac{\pi e}{\lambda}\left(\frac{x}{f^{'}} - \alpha_i\right)\right]\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f^{'}} - \alpha_i\right)\right)\right] \text{ nếu } y = \beta_i f^{'}$$

$I(M)$ =0 nếu $y \neq \beta_i f^{'}$

số hạng nhiễu xạ biến điệu biên độ của các vân giao thoa

Nếu sóng tới phát xuất từ một khe hẹp song song với các khe Young và được đặt tại tiêu diện vật của một thấu kính thì hình nhiễu xạ sẽ gồm những dải song song với (Oy).

6.4 NHIỄU XẠ QUA MỘT CÁCH TỬ PHẲNG

6.4.1 Định nghĩa :

Cách tử phẳng là một vật nhiễu xạ có hàm truyền qua chỉ biến đổi dọc theo một phương (Ox) một cách tuần hoàn .Một cách tử bao gồm một chuỗi N chi tiết hoặc vạch giống hệt nhau ,rất dài ,song song với (Oy). Chu kì không gian a được gọi là bước của cách tử .

6.4.2 Biểu thức cường độ :

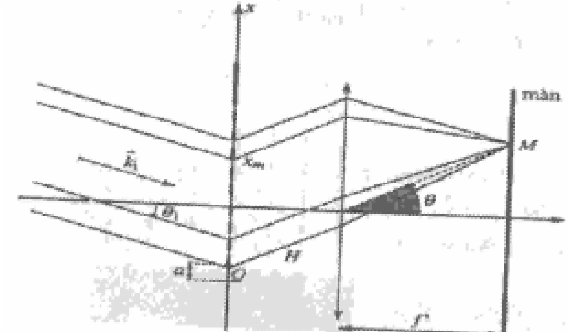
- Cường độ tại một điểm M ở vô cực của sóng nhiễu xạ qua một cách tử được chiếu sáng bằng sóng phẳng đơn sắc có dạng :

$$I(\theta) = I_0 \left|F_D(M)\right|^2 \left|F_I(M)\right|^2$$

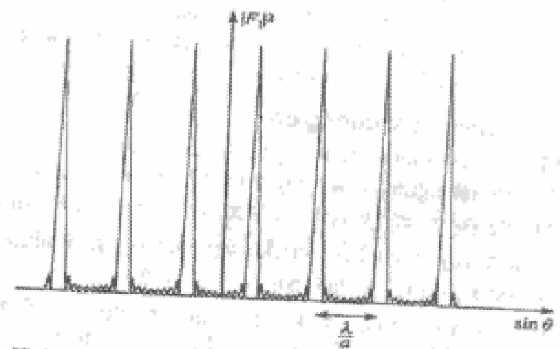
$I_0\left|F_D(M)\right|^2$ là cường độ của sóng nhiễu xạ bởi một chi tiết

$\left|F_1(M)\right|^2$ đi qua các cực đại rất nhọn nếu như phương nhiễu xạ θ và phương của sóng tới θ_i liên hệ với nhau bởi biểu thức $\sin\theta_p = \sin\theta_i + p.\frac{\lambda}{a}$ với p nguyên

- Mỗi giá trị của p tương ứng với một bạc nhiễu xạ ,các giá trị của θ tương ứng với một cực đại cường độ phụ thuộc vào bước sóng ngoại trừ bậc 0.



Hình 43b. Nhiễu xạ qua cách tử ($\theta > 0$; $\theta_i < 0$).



Hình 44. Số hạng giao thoa của cách tử.

7.SỰ NHIỄU XẠ VÀ ẢNH BIẾN ĐỔI FOURIER.

7.1 TRƯỜNG HỢP HÀM TRUYỀN QUA f(x)

Xét trường hợp một lỗ nhiễu xạ bất biến đối với phép tịnh tiến dọc theo Oy với điều kiện L>> λ .

Giả sử rằng phương của chùm tia tới song song với mặt phẳng xOz.Khi đó sẽ không xảy ra hiện tượng nhiễu xạ song song với (Oy) và bài toán được xem xét trong mặt phẳng (xOz)

Biên độ tại M ở vô cực theo những phương rất gần với Oz được xác định theo phương θ

$$\underline{s}(M,t) = KL\underline{s}_0 \exp\left[i(\omega t + \varphi_0(M))\right]\int_{lo} \underline{t}(x) \exp\left(i\,\frac{2\pi}{\lambda}(\theta - \theta_i)x\right)dx$$

Trong trường hợp ánh sáng tới vuông góc với mặt phẳng của lỗ

$$\underline{s}(M,t) = KL\underline{s}_0 \exp\left[i(\omega t + \varphi_0(M))\right]\int_{lo} \underline{t}(x) \exp\left(i\,\frac{2\pi}{\lambda}\theta x\right)dx$$

7.2ẢNH BIẾN ĐỔI FOURIER CỦA t(x)

- Cường độ của sóng nhiễu xạ tại vô cực qua lỗ có độ trong suốt $\underline{t}(x)$,được chiếu sáng vuông góc ,tỉ lệ với bình phương module ảnh biến đổi Fourier của hàm truyền qua lỗ : $I(M) = I_0\left|(\Gamma(u))^2\right|$ với $u = -\frac{2\pi}{\lambda}\theta$

$\Gamma(u)$ biểu diễn sự phân bố các mạch số không gian của $\underline{t}(x)$

7.3 HÀM TRUYỀN QUA HÌNH SIN :

Xét một lỗ nhiễu xạ hình chữ nhật rất dài theo phương Oy có độ rộng l.Độ trong suốt của lỗ là hàm thực có dạng :

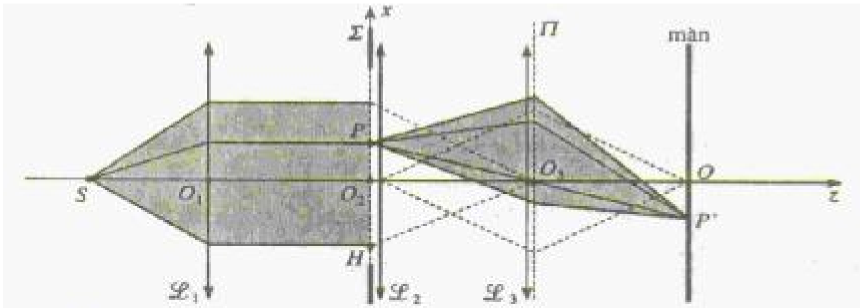
$$t(x) = t_0(1 + \alpha\cos\frac{2\pi x}{a}); \quad \text{Nếu } |x| < \frac{1}{2}$$

$$t(x) = 0 \qquad |x| > \frac{1}{2}$$

$$\Gamma(u) = \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{2}\left[2\sin c\,\frac{U_1}{2} + \alpha\sin c\left[(u + \frac{2\pi}{a})\,\frac{1}{2}\right] + \alpha\sin c\left[(u - \frac{2\pi}{a})\,\frac{1}{2}\right]\right]$$

7.4 LỖ NHIỄU XẠ CÓ ĐỘ TRONG SUỐT TUẦN HÒAN HAY CÁCH TỬ

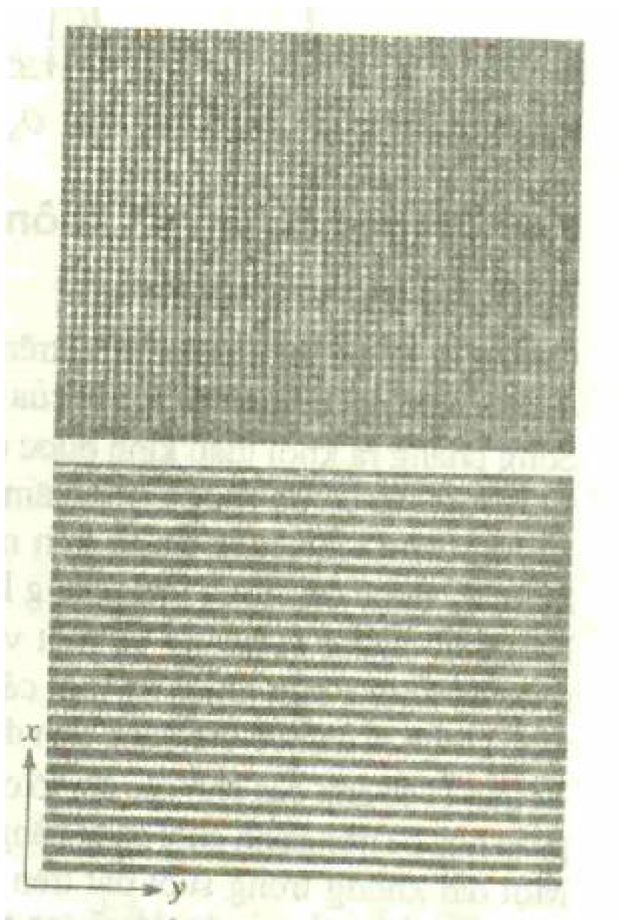
- Hình nhiễu xạ FRAUHOFER của sóng phẳng qua một cách tử có độ rộng l,hàm trong suốt $\underline{t}(x)$ có chu kỳ a (a ≪ l) là một tập hợp các vết sắp xếp một cách đều đặn tương ứng với các họa ba của khai triển chuỗi Fourier của $\underline{t}(x)$



Hình 48. *Sơ đồ bộ lọc (dùng 3 thấu kính). O_3 là ảnh hình học của S. O_2 và O liên hợp qua $\mathscr{L}_3$.*

7.3 SỰ LỌC CÁC TẦN SỐ KHÔNG GIAN

- Lọc chắn thấp
- Lọc chắn cao



Hình 52. *Ảnh của lưới trước và sau khi lọc qua một khe thẳng đứng.*